

# LIBROS DE TEXTO CON MAS DE MEDIO SIGLO

Meri E. Calvo Martín\*  
Ana Isabel Busto Caballero\*  
M<sup>ª</sup> del Carmen Escribano Ródenas\*\*

\* Dpto. de Economía Financiera y Contabilidad I  
Facultad de CC. Económicas y Empresariales  
Universidad Complutense de Madrid  
Campus de Somosaguas.  
28223 MADRID  
Tfno.: 91.394.25.70

\*\* Dpto. Métodos Cuantitativos para la Economía  
Facultad de CC. Económicas y Empresariales  
Universidad San Pablo- CEU  
C/ Julián Romea, 23  
28003 Madrid  
Tfno.: 91.456.63.00 ext. 5365  
E-mail: \* [escrod@ceu.es](mailto:escrod@ceu.es)

## Resumen:

La Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Complutense de Madrid nace formando parte de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas de la Universidad de Madrid en el año 1943. Sin embargo los planes de estudios se van realizando a medida que pasa el tiempo. Uno de los mas significativos es el correspondiente al año 1.963. Dentro de las asignaturas correspondientes a las Matemáticas de los primeros cursos aparecen como bibliografía de referencia cuatro libros, de los profesores mas importantes del momento.

En este trabajo, siguiendo la línea de investigación ya iniciada en este sentido en años anteriores, pondremos de manifiesto las características mas relevantes de dichos libros de texto, procediendo a un estudio comparativo entre ellos, a la vez que se especificarán las analogías y diferencias con los libros de texto actuales. Siempre desde un punto de vista tanto matemático como económico e histórico.

Palabras clave: libro de texto, matemáticas, historia, facultad de Ciencias Económicas.

## INTRODUCCIÓN

En el plan de estudios de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Madrid vigente en el año 1966, se observa que la bibliografía correspondiente a las asignaturas de Análisis Matemático I y Análisis matemático II esta formada por los libros que a continuación detallamos

Vegas, A.: Matemática para economistas.

Gil Pelaez, J.: Análisis matemático con aplicaciones a la economía.

Arnaiz-Gil, Pelaez-Vegas: Matemáticas para economistas.

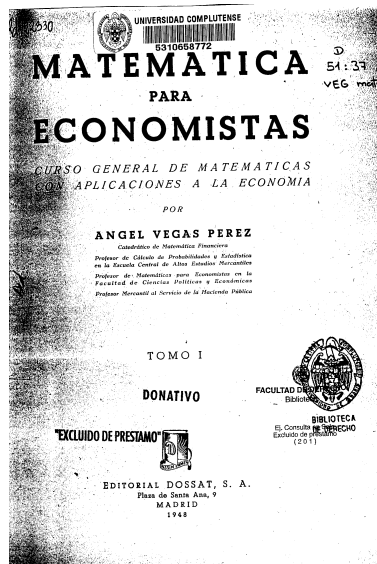
Angel Alcaide Inchausti: Lecciones de Matemática Moderna para Economistas

En este trabajo revisaremos estos textos, su adecuación al temario de las asignaturas de matemáticas del plan vigente en 1966 y al actualidad en una gran parte de las Facultades de Económicas, como continuación del trabajo “Matemáticas en la Facultad de Económicas: Casi medio siglo de contenidos” presentado a las X Jornadas ASEPUMA celebradas en Madrid en Septiembre del año 2.002.

El contenido de cada libro se enumera ya que alguno de ellos no tiene índice, ni prologo ni bibliografía. Nos detendremos con más detalle en aquellos temas tratados con una especial presentación o con un diferente estilo al que actualmente se sigue en la mayoría de los textos.

## MATEMATICA PARA ECONOMISTAS

### Descripción



Autor: Angel Vegas Pérez, Catedrático de Matemática Financiera.

De la Editorial Dossat, Madrid, 1948 y subtulado: Curso General de Matemáticas con aplicaciones a la Economía. Es un libro de 520 páginas, tiene índice, que detallamos a continuación, no tiene prologo ni bibliografía, al final del libro tiene índice alfabético de materias y autores. Distribuido en 20 capítulos, cada capítulo consta

de una gran parte teórica junto con unos pocos problemas resueltos. Algunos epígrafes están detallados con su demostración completa y con un pequeño ejemplo, otros son una simple definición. Los últimos puntos de la mayoría de los capítulos tienen aplicaciones económicas junto con el capítulo XX que es en su totalidad de contenido económico.

## Índice

- Capítulo I Introducción. Método matemático. Definiciones matemáticas. Teoremas. Demostración matemática.
- Capítulo II Teoría de números y magnitudes,
- Capítulo III Magnitudes vectoriales.
- Capítulo IV Análisis combinatorio –Determinantes.
- Capítulo V Sistemas de ecuaciones lineales.
- Capítulo VI Teoría de Límites.
- Capítulo VII Sistemas de representación.
- Capítulo VIII Teoría de funciones.
- Capítulo IX Cálculo diferencial.
- Capítulo X Aplicación del calculo diferencial a la variación de las funciones. máximos y mínimos.
- Capítulo XI Derivación sucesiva- formulas de Mac-Laurin y Taylor.
- Capítulo XII Teoría de series.
- Capítulo XIII Series funcionales. Series de potencias. Desarrollo en serie.
- Capítulo XIV Funciones racionales.
- Capítulo XV Investigación de los ceros de una función racional entera de coeficientes reales.
- Capítulo XVI Geometría analítica plana.
- Capítulo XVII Cónicas. Forma cuadrática ternaria.
- Capítulo XVIII Construcción de una curva.
- Capítulo XIX Calculo integral.
- Capítulo XX Aplicaciones a la teoría económica.

## Comentarios

El capítulo primero comienza con un detallado estudio de conceptos como análisis; síntesis; inducción; deducción; axioma; teorema; método experimental; demostraciones por reducción al absurdo; para terminar con paralogismos (argumentos que conducen a conclusiones falsas) por ejemplo:

“Sea  $a \neq b$  y  $a+b=s$ , si en la segunda igualdad multiplicamos primero por  $a$ , e independientemente por  $b$  y restamos ambas igualdades llegamos a :

$aa+ab-as=ab+bb-sb$  sacando factor común a “ $a$ ” en el primer miembro, y a “ $b$ ” en el segundo  $a(a+b-s)=b(a+b-s)$  dividiendo ambos miembros por  $a+b-s$  llegamos a  $a=b$ ”<sup>1</sup>

También es curioso observar como aparece la leyenda del ajedrez:

---

<sup>1</sup> Pag. 14 del citado libro

“hagamos la suma de los granos de trigo que tiene que pagar el soberano al inventor, suponiendo que el tablero es infinito:

$$S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + 2^{n+1} + \dots$$

pero  $S = 1 + 2(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n + 2^{n+1} + \dots)$

por tanto  $S = 1 + 2S \rightarrow S = -1$  entonces el inventor tiene que dar al soberano un grano”<sup>2</sup>

En los capítulos siguientes se estudian los números naturales; enteros; fraccionarios y reales, introduciéndolos por sucesiones, se llega a los logaritmos de números reales; los vectores en el plano y en el espacio; momentos de un vector respecto de un punto y de un eje; números complejos, terminando con los logaritmos de los números complejos y con números complejos en varias unidades, lo que también nos ha parecido sorprendente,  $(Z = a + b_1 i_1 + b_2 i_2 + \dots + b_n i_n)^3$ .

Acaba con el concepto de ecuación de dimensiones.

El cuarto y quinto capítulo, combinatoria y sistemas de ecuaciones incluye la fórmula de Leibnitz; después de hacer un estudio de todo lo relativo a la combinatoria y el desarrollo de la potencia de un polinomio. En determinantes define la característica de un determinante; como el orden correspondiente al mayor determinante menor del dado que no es nulo; termina con el determinante de Vandermonde, después de estudiar las propiedades de los determinantes, pasa al estudio de ecuaciones lineales; sistemas de ecuaciones, estudio y resolución, junto con el álgebra vectorial (combinación lineal de varios vectores para obtener otro, su expresión como sistema de ecuaciones)

De los capítulos siguientes resaltamos:

Capítulo VI Sucesiones de números reales; estudio de límites, resolución de indeterminaciones; en el último apartado expone aplicaciones a la teoría del interés continuo.

Capítulo VII Diagramas; histogramas; representación en coordenadas polares; diagramas logarítmicos.

Capítulo VIII Al principio del capítulo hace las siguientes clasificaciones:

“Las funciones de una variable se clasifican en uniformes o multiformes e infinitiformes según los valores de  $y$  y pero pertenecientes a intervalos distintos. Ejemplos  $y = x^2$  uniforme, , bifurcadas  $y^2 = x$  ... infinitiformes  $y = \arcsen x$ .

... Las funciones uniformes según impliquen operaciones analíticas o no, se clasifican en funciones analíticas o no analíticas... enteras o fraccionarias... pares e impares... explícitas o implícitas... funciones de variable real y compleja”<sup>4</sup>

En el epígrafe, límite de una función en un punto, utiliza un lenguaje “casi” igual al utilizado por casi todos nosotros hoy en día, no usa cuantificadores ni lenguaje simbólico matemático; considera como consecuencia que toda sucesión que tenga por límite un punto  $l$  sus imágenes por una función tienen como límite  $f(l)$ .

<sup>2</sup> Se corresponde con la página 15 donde cuenta la leyenda del tablero de ajedrez.

<sup>3</sup> En la página 104 alude a ellos, diciendo que “en estos números no se da la permanencia de las leyes formales aritméticas”.

<sup>4</sup> Páginas 209-212 donde clasifica las funciones de una variable.

Sigue con infinitésimos; criterio de convergencia de Cauchy; funciones continuas; continuidad uniforme; teorema de Heine; propiedades de las funciones continuas y una mera alusión a las funciones discontinuas.

Capítulo IX Empezando por concepto de derivada; interpretación geométrica; concepto de diferencial; cálculo diferencial; es relevante que sus demostraciones se hacen siempre a partir de la derivada de la función logarítmica, termina con el tanto instantáneo de mortalidad y tanto instantáneo de capitalización; grado de marginalidad; concepto de elasticidad; representación de la elasticidad y elasticidad de la demanda.

Capítulo X Crecimiento y decrecimiento de una función real de variable real; máximos y mínimos; teoremas de Rolle y Cauchy; regla de L'Hôpital, mínimos cuadrados; beneficio máximo en el monopolio; coste unitario mínimo; valor actual y máximo grado de utilidad marginal.

Capítulo XI Concavidad, convexidad e inflexión; siempre en una variable, terminando con el estudio de la curva "normal".

Capítulo XII Definición de serie, condición necesaria de convergencia, condición necesaria y suficiente de convergencia; comparación de series; criterios de convergencia; series alternadas; series absolutamente convergentes, series complejas, aplicaciones a la economía y rentas perpetuas.

Capítulo XIII Convergencia uniforme; series de potencias; calculo del radio de convergencia; desarrollo en serie; desarrollo en serie de las funciones racionales y aplicaciones a la teoría de tantos equivalentes de capitalización.

Capítulo XIV Funciones enteras; funciones racionales enteras; descomposición factorial; funciones racionales fraccionarias y fracciones simples.

Capítulo XV Acotación de las raíces; ecuaciones de coeficientes racionales; raíces enteras; raíces fraccionarias; resaltamos el método del profesor Estrugo para el calculo de las raíces racionales de una ecuación; aproximación de las raíces irracionales; regla de Newton; sistemas no lineales; resultante; discriminante de un polinomio de una variable y el teorema de Bézout.

Capítulo XVI Familias de curvas; sistemas de ecuaciones; cambio de coordenadas; coordenadas homogéneas; ecuaciones de la recta; coordenadas plückerianas, ángulo de dos rectas; rectas que pasan por un punto; ecuación de la recta que pasa por dos puntos; paralelismo y perpendicularidad; distancia entre puntos y rectas; aplicación a la teoría económica; asíntotas; contactos de distinto orden; envolvente de una familia de curvas y ecuación de la recta en coordenadas polares.

Capítulo XVII Definiciones varias de, elipse; hipérbola; parábola; circunferencia; ecuaciones en polares; forma cuadrática ternaria y problema de Schneider.

Capítulo XVIII Construcción de una curva en explícitas y construcción de una curva en paramétricas.

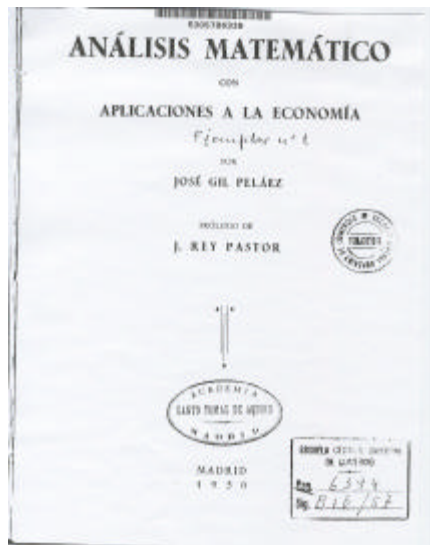
Capítulo XIX Integral definida; teorema fundamental del cálculo integral; problema del área; integral de Lebesgue; integral de Stieltjes; cálculo integral; integrales generalizadas; integrales eulianas, integración aproximada; formula de Stirling para el cálculo de  $n!$  y aplicaciones del cálculo integral a la geometría.

Capítulo XX Funciones marginales y medias; relación entre función marginal y función media; funciones de indiferencia; razón marginal de sustitución, punto de equilibrio; curvas de Engel; curva de Edgeworth; función de producción; función de coste de producción; funciones de utilidad; funciones de demanda y de oferta; funciones de ingreso; funciones de gasto; ecuaciones del mercado; monopolio bilateral; curva de

concentración, curva logística; teoría de la ocupación y el “multiplicador”; expansión y concentración del crédito bancario y la dinámica de la inflación.

## ANÁLISIS MATEMÁTICO CON APLICACIONES A LA ECONOMÍA

### Descripción



Autor: José Gil Pelaez,

Impreso por Tipografía Artística, Madrid, 1950. Es un libro de 400 páginas, tiene índice, prólogo e índice alfabético al final del libro, distribuido en dos partes: Funciones de varias variables y geometría analítica del espacio en la primera parte y cálculo integral y ecuaciones diferenciales en la segunda. Un total de 9 capítulos con dos apéndices uno al final de cada parte.

Es de destacar que el libro sea prologado en Buenos Aires en 1950 por J. Rey Pastor. D. Julio lo al autor, resaltando su formación matemática y su buena labor docente. Hay que destacar en las palabras del prólogo la visión moderna de la matemática económica a la mitad del siglo pasado, entre otras con estas palabras.

” al traspasar la frontera de la infecunda Estática, para pasar a la Dinámica de los procesos económicos....., para lo cual son utilísimo libros como éste”<sup>5</sup>

Al final de cada capítulo hay aplicaciones a la economía y ejercicios resueltos, aunque son pocos en todos los capítulos, sin embargo, están resueltos con todo detalle. Es un libro de análisis sobre todo de varias variables y más ajustado al temario del segundo curso.

<sup>5</sup> Página 5 del prólogo de la obra realizado por Julio Rey Pastor.

## Índice

Parte Primera Funciones de varias variables y geometría analítica del espacio

Capítulo I Límites. Continuidad. Derivadas parciales.

Capítulo II Funciones implícitas. Funciones homogéneas.

Capítulo III Determinantes funcionales.

Capítulo IV Fórmula de Taylor. Máximos y mínimos.

Capítulo V Geometría analítica en el espacio de tres dimensiones.

◆ Apéndice primero

Segunda parte Cálculo integral y ecuaciones diferenciales

Capítulo VI Teoría de la integral.

Capítulo VII Ecuaciones diferenciales ordinarias.

Capítulo VIII Ecuaciones diferenciales entre derivadas parciales.

Capítulo IX Cálculo de variaciones.

◆ Apéndice segundo

## Comentarios

Capítulo I Sistemas de coordenadas rectangulares; polares y cilíndricas; función de punto de dos variables; de  $n$  variables; límite de una función en un punto de dos variables; entorno de un punto círculo y rectángulo

No usa cuantificadores, utiliza poco el lenguaje matemático hace dibujos para completar la explicación y un ejemplo con todo detalle. Sigue con continuidad; derivadas parciales, por ejemplo:

“Empieza por definir incremento parcial según  $x$  ( $\Delta_x f$ )

$$\Delta_x f(x_0, y_0) = f(x_0 + \Delta x_0, y_0) - f(x_0, y_0)$$

Entenderemos por derivada parcial de  $f(x,y)$  respecto de  $x$

$$\lim_{\Delta x_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta_x f(x_0, y_0)}{\Delta x_0} = \frac{\partial f(x_0, y_0)}{\partial x_0} \text{ , }^6$$

Continua con representación gráfica; teorema de Schwarz; derivadas sucesivas; diferencial total; diferencial segunda; funciones compuestas; derivación y diferenciación de las funciones compuestas; funciones implícitas; derivación y diferenciación de las funciones implícitas; derivadas en una dirección, y escribe:

“consideremos una recta  $r$  que pasa por un punto y forma ángulos  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  con los ejes  $OX$  y  $OY$ .

Un punto  $P$  de la recta, que dista  $\Delta r$  de  $P_0$ , tendrá por coordenadas

$$(x_0 + \Delta r \cos \mathbf{a}, y_0 + \Delta r \cos \mathbf{b}) \quad \text{siendo} \quad \Delta x = \Delta r \cos \mathbf{a} \quad \Delta y = \Delta r \cos \mathbf{b}$$

llamaremos derivada en la dirección de  $r$  de la función  $Z=f(x,y)$  al

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta r} Z'_r(x_0, y_0) = f'_x(x_0, y_0) \cos \mathbf{a} + f'_y(x_0, y_0) \cos \mathbf{b} \text{ , }^7$$

<sup>6</sup> Página 15, donde define la derivada parcial.

<sup>7</sup> Página 32 en coordenadas cilíndricas.

Después habla de la representación geométrica, de la derivada según una curva; aplicaciones a la economía; curvas de nivel; funciones índices; funciones económicas; funciones marginales parciales; elasticidades parciales; representación de una función económica de dos variables por curvas de nivel; relación marginal de sustitución; elasticidad de sustitución; sustitutivos y complementarios.

Capítulo II Teorema de existencia de la función definida por una ecuación; Teorema de existencia de las funciones definidas por un sistema de ecuaciones y funciones homogéneas. Aplicaciones a la economía; variación proporcional de todos o parte de los medios de producción; función de rendimiento; función de producción homogénea; elasticidad del rendimiento y teorema de Wicksell-Johnson.

Capítulo III Wronskiano de  $n$  funciones; dependencia e independencia lineal; derivada del Wronskiano; jacobiano de  $n$  funciones; propiedades del jacobiano; variedad; elemento diferencial métrico de una variedad; módulo de la transformación.

Capítulo IV Fórmula de Taylor para una función de  $n$  variables; fórmula de Taylor sobre una curva; fórmula de Taylor sobre una superficie; máximos y mínimos de una función de  $n$  variables (hace el estudio a partir de la fórmula de Taylor); máximos y mínimos condicionados de una función de  $n$  variables; máximos y mínimos de una función implícita; equilibrio del consumidor; demanda del consumidor; variación de la demanda según la renta; variación de la demanda según los precios; equilibrio de la producción simple; equilibrio de la producción conjunta.

Capítulo V Ecuaciones del plano y de la recta; problemas de posición de planos y rectas; problemas métricos entre planos y rectas superficies de segundo orden; cuádricas; líneas y superficies en general; definición de curva; definición de superficie; tangente a una curva; plano osculador; plano rectificante; plano normal binormal y normal principal; superficies cónicas; superficies de revolución.

Apéndice primero: Transformaciones lineales; transformaciones lineales ortogonales; cambio de ejes; forma cuadrática  $n$ -aria; formas cuadráticas reducidas; ecuación general de una cuádrica y construcción de una curva en forma implícita.

Capítulo VI Integral definida; Aplicaciones de la integral simple; Integral definida; Aplicaciones a la economía; el ingreso; la curva de demanda; el coste, el equilibrio de la empresa, la curva de oferta; Integral doble; integrales de campo; integrales de Lebesgue y de Stieltjes; ajuste de curvas y series de Fourier.

Capítulo VII Ecuaciones diferenciales de primer orden; ecuaciones diferenciales de segundo orden; ecuaciones diferenciales de orden  $n$ ; sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias; aplicaciones a la economía, la preferencia de los consumidores en caso de dos bienes, curvas de Edgeworth y ecuaciones en elasticidad.

Capítulo VIII Ecuaciones entre derivadas parciales de primer orden; Ecuaciones entre diferenciales totales y sistemas de ecuaciones entre derivadas parciales.

Capítulo IX Funcional; máximos y mínimos de una integral curvilínea de extremos fijos; máximos y mínimos de una integral curvilínea de extremos variables; máximos y mínimos condicionados; máximos y mínimos de una integral de superficie.

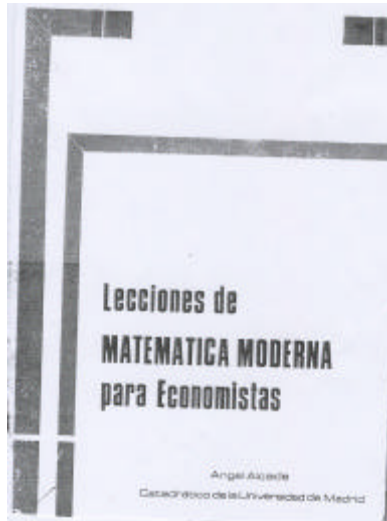
Apéndice segundo: Operadores  $\Theta\Delta$ ; operador derivada; cálculo de diferencias; ecuaciones en diferencias finitas; expresión de una integral finita por medio de una integral definida; fórmula de Euler; determinante de Gran; funciones eulianas;



funciones dinámicas de demanda y oferta, beneficio máximo del monopolio dentro de la economía dinámica.

## LECCIONES DE MATEMATICA MODERNA PARA ECONOMISTAS

### Descripción



Autor: Angel Alcaide, Catedrático de la Universidad de Madrid.

Sin editorial, ni imprenta, es del año 1966. Es un libro de 552 páginas, con índice al principio, prólogo del autor, y una amplia bibliografía e índice alfabético al final, distribuido en 20 lecciones, casi totalmente teórico pues aunque al final de cada lección aparecen unos ejercicios, la mayoría son también teóricos.

Las primeras 8 lecciones son de álgebra, al final de cada lección se aplica lo estudiado a la estadística o probabilidad; termina cada lección con una colección de ejercicios y problemas para resolver.

Las lecciones desde la novena hasta decimosexta se pueden encuadrar en lo que se denomina análisis en una variable junto con la geometría del plano y del espacio. El último apartado de cada lección es de aplicación económica. Siempre con una importante parte teórica

Las cuatro últimas lecciones son de análisis de varias variables, al final de cada capítulo, los últimos epígrafes son de aplicación económica también, como en las anteriores lecciones.

### Índice

\* Lección 1 La matemática moderna; primeras nociones sobre conjuntos; intersección e intersección de conjuntos; probabilidad de un suceso; axiomática elemental del cálculo de probabilidades teoremas básicos.

\* Lección 2 Producto cartesiano de dos conjuntos; aplicación y función; diversas formas de correspondencia y aplicaciones; relaciones de equivalencia y de orden; variables aleatorias de tipo discreto, distribuciones de frecuencias.

\* Lección 3 Concepto de número en la matemática ordinaria; operaciones y leyes de composición; propiedades ordinarias de las leyes de composición; nociones elementales de estructura; isomorfismo, homomorfismo; estructura de grupo, número natural; generalizaciones sucesivas del concepto de número.

\* Lección 4 Combinatoria: permutaciones, variaciones, combinaciones; propiedades de los números combinatorios; permutaciones variaciones y combinaciones con repetición; potencia de un binomio y de un polinomio; modelo teórico del cálculo de probabilidades: la distribución binomial.

\* Lección 5 Concepto de anillo; el anillo de los enteros relativos; el anillo de los polinomios sobre el conjunto de los números enteros; algoritmo de diferencias; progresiones aritméticas de orden superior; fórmula de interpolación de Newton.

\* Lección 6 Concepto de cuerpo: el cuerpo de los números racionales; relación de divisibilidad y los números primos; números congruentes; divisibilidad de polinomios; características de una distribución de frecuencias.

\* Lección 7 Matrices: el grupo abeliano respecto de la suma de matrices equidimensionales; producto de matrices; partición y transposición de matrices. Determinantes; desarrollo de un determinante; producto de determinantes; cálculo de la matriz inversa; matriz “input-output” o de Leontief de una economía nacional.

\* Lección 8 Espacios vectoriales; resolución de un sistema de ecuaciones lineales por la regla de Cramer; rango o característica de una matriz; teorema de Rouchè-Frobenius; sistemas de ecuaciones homogéneas; fundamentación y aplicaciones del análisis input-output; cálculo de una matriz inversa por el método de Crout.

\* Lección 9 Límite de una sucesión de números racionales. el cuerpo de los números reales; sucesiones de números reales; cálculo de límites; el número “e”; series numéricas, criterios de convergencia; interés simple y compuesto.

\* Lección 10 El plano vectorial; producto escalar; números complejos; ecuaciones algebraicas de grado “n” y el teorema fundamental del álgebra; ecuaciones en diferencias y dinámica económica.

\* Lección 11 Las Geometrías clásicas; diversas formas de la ecuación de una recta en el espacio; relaciones entre recta y plano; problemas métricos en el espacio.

\* Lección 12 Las primeras nociones de topología; recta topológica; funciones de variable real; funciones elementales; conocimiento clásico de las cónicas; algunas funciones y curvas en economía.

\* Lección 13 Límite de una función de variable real en un punto; infinitésimos; funciones continuas; continuidad uniforme; funciones discontinuas de la estadística y la economía.

\* Lección 14 Concepto de derivada y de diferencial; regla de derivación y diferenciación; aplicaciones geométricas de la derivación; elasticidad de la demanda.

\* Lección 15 Teoremas de Rolle y del Valor Medio; regla de L'Hôpital; fórmulas de Taylor; desarrollos en serie de una función de variable real; funciones de densidad.

\* Lección 16 Representación de funciones reales de variable real; curvatura y círculo osculador; representación de la función de densidad normal y de las cónicas; optimización económica.

\* Lección 17 Funciones de dos o más variables; plano topológico; límites y continuidad en funciones de varias variables; derivadas parciales; teorema de Schwarz; derivadas sucesivas; utilidades y productividades marginales.

\* Lección 18 Diferencial total y diferenciales sucesivas, derivación y diferenciación de funciones compuestas; derivación y diferenciación de funciones implícitas; formas cuadráticas; consideraciones sobre el problema económico de la competencia imperfecta.

\* Lección 19 Fórmula de Taylor en funciones de varias variables; máximo y mínimos; líneas y superficies en E<sup>3</sup>, método de los mínimos cuadrados.

\* Lección 20 Máximos y mínimos condicionados; método de los multiplicadores de Lagrange; equilibrio general del consumidor y de la producción; funciones homogéneas, teorema de Euler; teorema de Wicksell-Johnson.

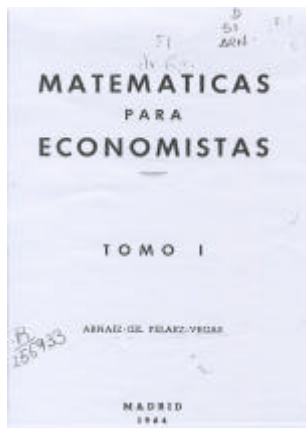
### **Comentarios**

Es de resaltar que hasta la octava lección, la última de álgebra, no se mencionan los espacios vectoriales sin nombrar ni las aplicaciones lineales ni las formas cuadráticas. Se hace un repaso muy detallado de todas las estructuras algebraicas incluida la de retículo.

Como curiosidad, decir que para el cálculo de la matriz inversa utiliza el método de Crout.

## **MATEMATICAS PARA ECONOMISTAS**

### **Descripción**



Autores: Arnaiz-Gil Pelaez –Vegas. Catedráticos.

Impreso en Madrid por Nuevas Gráficas en la calle de Andrés Mellado nº 18 en el año 1965. Es un libro en dos tomos de 420 y 310 páginas respectivamente, los ocho primeros capítulos pertenecen al primer tomo y los cuatro capítulos restantes al segundo seguidos de nueve "temas" de poca extensión al final del segundo libro. Es notorio que no tenga prologo, ni índice ni bibliografía al principio ni al final del libro, ni nada que permita saber el contenido del tomo, únicamente en la página anterior al capítulo se

detallan los apartados mas generales y al final de cada capítulo hay un epígrafe de ejercicios resueltos.

Los temas del final del libro están uno a continuación del otro y no se distribuyen por bloques de materia, sino que se suceden sin estructura aparente.

## Índice

### Capítulo 1 Introducción.

Elementos típicos de la lógica matemática; elementos matemáticos; campos numéricos; ejercicios

### Capítulo 2 Análisis combinatorio y determinantes.

Análisis combinatorio; determinantes; ejercicios

### Capítulo 3 Sistemas de ecuaciones.

Cálculo con vectores; sistemas de ecuaciones lineales; la recta en el espacio de dos dimensiones; el plano y la recta en el espacio de tres dimensiones; ejercicios;

### Capítulo 4 Límites y continuidad.

Límites de sucesiones; interés continuo; funciones; límites y continuidad en funciones de una variable, límites y continuidad en funciones de varias variables; ejercicios.

### Capítulo 5 Derivación.

Derivación en funciones de una variable; aplicaciones de la derivada; derivadas parciales y diferenciales totales de diversos ordenes; aplicaciones de las derivadas parciales(funciones homogéneas); ejercicios.

### Capítulo 6 Matrices.

Operaciones con matrices; inversión de matrices; formas cuadráticas; matrices funcionales; ejercicios.

### Capítulo 7 Máximos y mínimos.

Desarrollos de Taylor, máximos y mínimos libres; máximos y mínimos condicionados; programación lineal; ejercicios.

### Capítulo 8 Teoría de ecuaciones.

Funciones racionales; investigación de los ceros de una función racional entera de coeficientes reales; Ejercicios.

### Capítulo 9 Series.

Series numéricas; series funcionales; desarrollos en serie; Ejercicios.

### Capítulo 10 Integración.

Integrales simples; cálculo de primitivas; integrales impropias y funciones eulianas; integrales dobles, múltiples y de campo; integrales de Lebesgue y Stieltjes; ejercicios.

### Capítulo 11 Curvas y superficies.

Curvas planas; curvas en el espacio de tres dimensiones; superficies; ejercicios.

### Capítulo 12 Ecuaciones diferenciales y en diferencias finitas.

Ecuaciones diferenciales ordinarias; sistemas ecuaciones diferenciales ordinarias; ecuaciones con derivadas parciales de primer orden; sistemas de ecuaciones con derivadas parciales; cálculo de variaciones; diferencias finitas; ejercicios.

### Tema VIII Teoría de conjuntos.

### Tema IX Teoría de la medida.

### Tema X Introducción a los espacios métricos.

### Tema XI Espacio topológico.

Tema XII Límites y continuidad en las funciones de variable compleja.  
 Tema XIII Derivación.  
 Tema XIV Integración de las funciones de variable compleja.  
 Tema XV Series y desarrollos en series de potencias.  
 Tema XVI Ceros, puntos singulares y residuos.

### Comentarios

Mencionaremos de los siguientes capítulos lo singular:

Capítulo 1 Introduce el número real por cortaduras, estudio completo del número complejo hasta logaritmo de número complejo y número complejo de varias variables.

Capítulo 2 Describe toda la combinatoria binomio de Newton y fórmula de Leibnitz, determinante característica de los determinantes desarrollo por menores complementarios, expresión del producto de dos determinantes mediante un solo determinante.

Capítulo 3 Antes de adentrarse en sistemas de ecuaciones habla de vectores, operaciones con vectores producto escalar producto vectorial, expresiones analíticas de puntos y rectas en el plano y en el espacio, toda la geometría analítica, terminando con el teorema de Rouché no de Rouché-Frobénius.

Capítulo 6 Para calcular la matriz inversa utiliza el procedimiento de los postmultiplicadores, primero pasando a inversa de una matriz triangular y luego para calcular la inversa de una matriz triangular pasa a una matriz diagonal, a la inversa de una diagonal ... :

“una matriz no singular A de orden n puede reducirse a una matriz triangular por una serie de n postmultiplicaciones

$M_1, M_2, \dots, M_n$  de determinante unitario obteniéndose la igualdad

$A(M_1, M_2, \dots, M_n) = T$  donde T es triangular, pasando después a

$$A^{-1} = (M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_n) \cdot T^{-1} \text{”}^8$$

Después detalla el método de inversión de matrices por partición en submatrices.

Capítulo 7 En la fórmula de Taylor empieza probando que dada una función polinómica se pueden calcular sus coeficientes por sus derivadas sucesivas en el punto  $x=0$

Si la función no es entera se puede escribir como

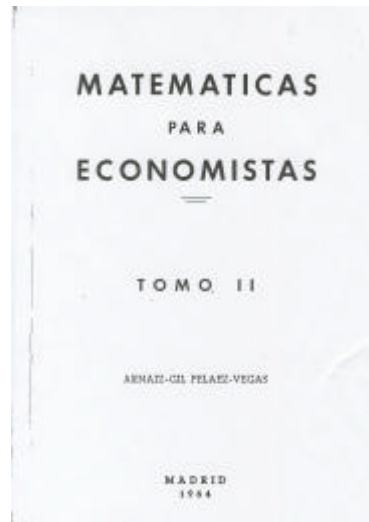
$$f(b) = f(a) + \frac{f'(a)}{1} + \frac{f''(a)}{2} + \dots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!} + T \text{ con T término complementario,}$$

termina con la fórmula de Taylor sobre una curva.

Capítulo 8 Funciones racionales; investigación de los ceros de una función racional entera de coeficientes reales y termina con ejercicios.

---

<sup>8</sup> Página 302 y siguientes, en las que describe el cálculo de la matriz inversa.



## Conclusiones

Todos los libros tienen en común una parte importante de los contenidos, su modo de tratar los diferentes temas es muy similar, por ejemplo, introducen las derivadas del producto de funciones después de la derivada de la función logarítmica y utilizando las propiedades del logaritmo.

El único libro que tiene un perfil distinto es “Análisis Matemático” (J. Gil Peláez, 1.950), que se centra en análisis de varias variables, contenido propio del segundo curso en el plan vigente en el año 1966; los demás tienen contenidos de primero y segundo curso, y abarcan todas las matemáticas que se imparten en ambos cursos.

El libro Matemática Moderna (A. Alcaide, 1966), es el único que empieza por álgebra y continúa con el análisis, siguiendo el esquema actual de presentación de los contenidos en los libros de textos de Matemáticas para economistas. También hay que tener en cuenta que este libro es el de más reciente edición.

Son libros todos ellos demasiado teóricos, algunos de los temas no se imparten en la actualidad, además de que requieren unos contenidos matemáticos que los alumnos actuales de economía no poseen, ya que no se imparten en los actuales Bachilleratos de Ciencias Sociales, como por ejemplo los números complejos. Ciertos temas tienen una extensión y rigor matemático propio de otros estudios actuales, más técnicos, como pueden ser las integrales de campo.

Se echa de menos problemas con enunciado económico a la vez que no se describen aplicaciones económicas concretas. En todos ellos se definen muchos conceptos y se hacen pocas aplicaciones, y menos aplicaciones económicas.

## Referencias Bibliográficas

Alcaide Inchausti, A. (1966): “Lecciones de Matemática Moderna para Economistas” . Madrid.

Arnaiz-Gil, Pelaez-Vegas (1965) : Matemáticas para economistas. Madrid .

Calvo Martín, M.; Escribano Ródenas, M.C.; Fernández Barberis, G.M.; Gutiérrez Carrizo, F. (1996), “Matemáticas en CC. Empresariales”. en *Comunicaciones Breves*, ICME8. Sevilla.

Escribano Ródenas, M.C.; Calvo Martín, M. E. (2001): “Importancia histórica de la Estadística en la Facultad de CC. Económicas y la Escuela de Empresariales de la Universidad de Madrid”, en *Actas de las IX Jornadas ASEPUMA*, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Calvo Martín, M.E.; Busto Caballero, A.I.; Escribano Ródenas, M.C. (2002): Matemáticas en la Facultad de Económicas: Casi Medio Siglo de Contenidos” en *Actas de las X Jornadas ASEPUMA*. Madrid.

Gil Pelaez, J. (1950): “Análisis matemático con Aplicaciones a la Economía”. Madrid.

Vegas, A. (1948) : “Matemática para economistas”. Tomo I .Madrid.